

Examen HAVO 2009

tijdvak 1
dinsdag 19 mei
13.30 - 16.30 uur

wiskunde A

Dit examen bestaat uit 22 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 85 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

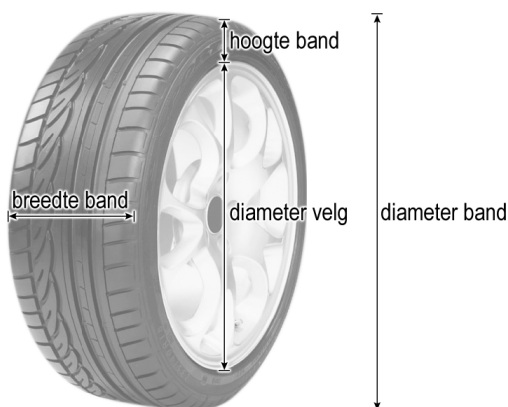
Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Autobanden

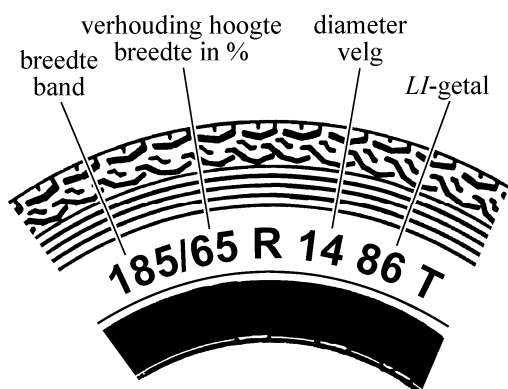
Er bestaan veel verschillende merken autobanden en per merk zijn er banden in allerlei soorten en maten. De diameter van de band hangt af van de diameter van de velg en de hoogte van de band. Banden zijn er ook nog in verschillende breedtes. Zie figuur 1.

figuur 1



Alle belangrijke eigenschappen worden op de zijkant van een band met behulp van een code aangegeven. Zie figuur 2.

figuur 2



Het eerste getal (185) is de breedte van de band in millimeters. Het tweede getal (65) is de verhouding van de hoogte van de band ten opzichte van de breedte van de band in procenten. Het volgende getal (14) is de diameter van de velg in inches (1 inch = 2,54 cm), daarna volgt het *LI*-getal van de band (86) dat het draagvermogen van de band aangeeft.

In de code op de band kun je de 'bandenmaat' aflezen. De bandenmaat bestaat uit 3 getallen. Voor de band uit figuur 2 is dat 185, 65, 14.

Dat betekent voor deze band dat de breedte van de band 185 millimeter is, dat de hoogte van de band 65% van de breedte is en dat de diameter van de velg 14 inch is.

- 4p 1 Laat met een berekening zien dat de diameter van deze band ongeveer 60 cm is.

Een bepaald soort band is er in verschillende bandenmaten. Zo loopt de breedte van 145 tot en met 215 mm in stappen van 10 mm, en de verhouding van de hoogte van de band ten opzichte van de breedte van de band loopt van 65 tot en met 80 procent in stappen van 5 procent. De banden worden geleverd met een velgdiameter van 13, 14 en 15 inch.

4p **2** Bereken hoeveel verschillende bandenmaten er van deze soort band zijn.

Het *LI*-getal (van *Load-Index*) geeft het draagvermogen van de band aan. Het *LI*-getal geeft aan welk gewicht (in kg) de band kan dragen. In tabel 1 staat voor enkele *LI*-getallen het draagvermogen van de band.

tabel 1

<i>LI</i>-getal	65	70	75	80	85	90	95	100	105
Draagvermogen (kg)	290	335	387	450	515	600	690	800	925

Op een band staat *LI*-getal 103.

Uitgaande van de tabelwaarden bij *LI*-getal 100 en bij *LI*-getal 105 kun je met behulp van lineair interpoleren het draagvermogen van deze band berekenen.

3p **3** Bereken het draagvermogen van deze band.

Het verband tussen het *LI*-getal en het draagvermogen is echter niet lineair, maar exponentieel.

4p **4** Bereken het draagvermogen van de band met *LI*-getal 103 volgens het exponentiële verband.

Hoe breder een band, hoe beter de grip op de weg. Hoe hoger een band, hoe meer comfort. Maar een hogere band gaat ten koste van de stabiliteit. Bij sportieve auto's wordt daarom gewoonlijk gekozen voor lage, brede banden.

Iemand heeft een auto waarop banden van het type **205/60 R 16** zijn gemonteerd. Hij wil graag een sportievere uitstraling, en heeft zijn oog laten vallen op banden **245/45**.

De snelheidsmeter vereist dat de diameter van de band hetzelfde blijft. Hij heeft dus grotere velgen nodig.

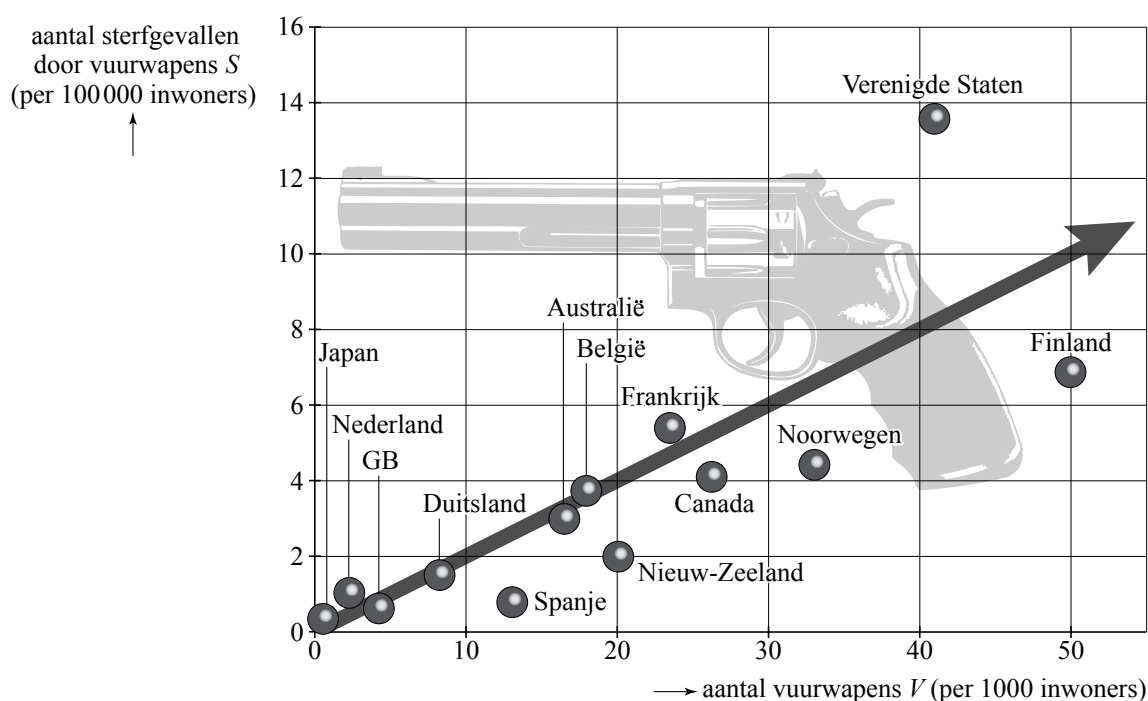
5p **5** Bereken de diameter van de grotere velgen in hele inches.

Hebben is schieten?

De regels omtrent het in bezit mogen hebben van vuurwapens zijn per land verschillend. Deze regels staan natuurlijk ook wel eens ter discussie. Tegenstanders van vuurwapenbezit beweren dat hoe makkelijker mensen aan vuurwapens kunnen komen, hoe meer die gebruikt worden. Voorstanders van vuurwapenbezit zeggen altijd dat het niet de wapens zijn die doden, maar de mensen. Zij vinden dat mensen vrij moeten zijn om een vuurwapen aan te schaffen, omdat meer vuurwapens niet betekent dat er dan ook meer gebruik van wordt gemaakt.

Het vuurwapenbezit en het aantal dodelijke slachtoffers door vuurwapens is in een aantal landen onderzocht. De onderzoeksresultaten zie je in figuur 1.

figuur 1



Figuur 1 geeft het verband weer tussen het jaarlijks aantal sterfgevallen door vuurwapens S (per 100 000 inwoners) en het aantal vuurwapens V (per 1000 inwoners). Behalve de gegevens van een aantal landen is in figuur 1 ook een trendlijn getekend. Voor landen op de trendlijn is er sprake van een evenredig verband tussen S en V .

Zowel voorstanders als tegenstanders van vuurwapenbezit kunnen figuur 1 gebruiken als steun voor hun standpunt.

- 4p **6** Geef een argument dat voorstanders uit deze figuur kunnen halen en geef een argument dat tegenstanders uit de figuur kunnen halen.

Nederland heeft ongeveer 16 miljoen inwoners, de Verenigde Staten ongeveer 295 miljoen.

- 5p 7 Bereken met behulp van figuur 1 hoeveel keer zo groot het jaarlijks aantal sterfgevallen door vuurwapens in de Verenigde Staten is vergeleken met Nederland.

In 2005 heeft de bevolking van Brazilië zich in een referendum uitgesproken tegen het beperken van de verkoop van vuurwapens. En dat terwijl er in dit land met 180 miljoen inwoners jaarlijks zo'n 40 000 mensen sterven door vuurwapengebruik.

Ga ervan uit dat Brazilië op de trendlijn ligt, zodat je gebruik kunt maken van het evenredige verband tussen S en V .

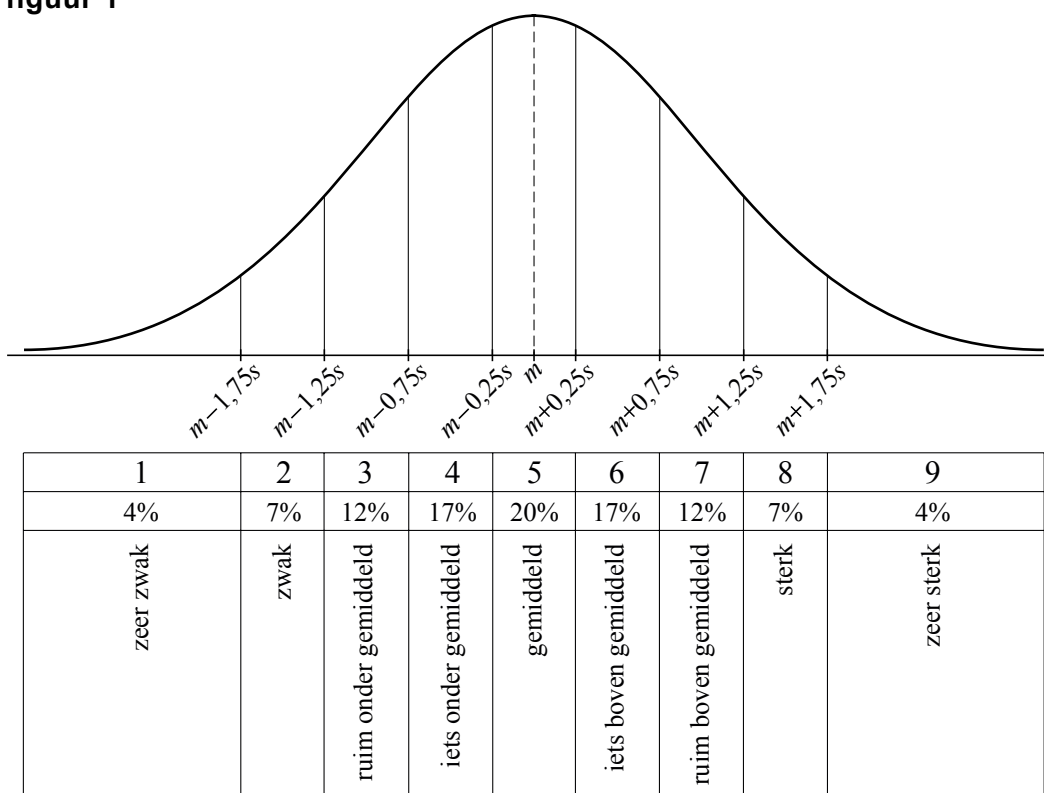
- 5p 8 Bereken met behulp van dit evenredige verband het totaal aantal vuurwapens in Brazilië.

Motivatietest

Waarschijnlijk heb je wel eens een vragenlijst ingevuld om te bepalen hoe gemotiveerd je bent voor bijvoorbeeld je schoolwerkzaamheden. In zo'n vragenlijst kun je aangeven in hoeverre je het met een aantal stellingen over dit onderwerp eens bent. Je antwoorden kunnen variëren van 'helemaal mee eens' tot 'helemaal mee oneens'. De antwoorden die je geeft worden omgezet in een score en die bepaalt hoe je motivatie is, bijvoorbeeld 'iets boven gemiddeld'. De aldus verkregen scores zijn bij benadering normaal verdeeld. De scores zijn in negen categorieën verdeeld, van 'zeer zwak' tot 'zeer sterk'. De categorieën zijn een halve standaardafwijking breed (behalve de buitenste twee), waarbij het gemiddelde in het midden van de 5e categorie ligt. Zie figuur 1.

In figuur 1 staat m voor het gemiddelde en s voor de standaardafwijking. Aan je score kun je zien in welke categorie je zit, en daarmee weet je hoe gemotiveerd je bent.

figuur 1



In de figuur kun je bijvoorbeeld zien dat je in categorie 7 zit als je score meer dan 0,75 keer, maar minder dan 1,25 keer de standaardafwijking boven het gemiddelde zit. Je scoort dan 'ruim boven gemiddeld'.

In deze opgave bekijken we een vragenlijst over motivatie, waarbij de gemiddelde score 7,8 is en de standaardafwijking 3,4. Dus $m = 7,8$ en $s = 3,4$.

Bas heeft bij deze vragenlijst een score van 4,2.

3p **9** In welke categorie zit Bas? Licht je antwoord toe.

In figuur 1 staat dat 7% van de scores in categorie 8 ligt. Dit percentage is afgerond.

3p **10** Bereken dit percentage in één decimaal.

Met behulp van figuur 1 is na te gaan welke score je minstens moet hebben om in de categorieën 8 of 9 te komen. Je zit dan bij de beste 11%.

Welke score je minstens moet hebben om bij de beste 20% te zitten, kun je niet uit figuur 1 halen. Je kunt deze score wel berekenen.

4p **11** Bereken deze score.

In verband met een item van een actualiteitenprogramma over de motivatie voor school onder de schooljeugd wordt aan 25 willekeurige scholieren gevraagd om de vragenlijst over dit onderwerp in te vullen. Uit figuur 1 is te herleiden dat de kans dat een willekeurige leerling 'zwak' of 'zeer zwak' scoort gelijk is aan 0,11.

3p **12** Bereken de kans dat geen van deze scholieren 'zwak' of 'zeer zwak' scoort.

4p **13** Bereken de kans dat 6 of meer leerlingen 'zwak' of 'zeer zwak' scoren.

Volumes

Een opgeblazen papieren zak heeft, net als een kussen, een speciale vorm. Pas in 2004 is er een formule gevonden waarmee het volume van die vorm kan worden berekend.

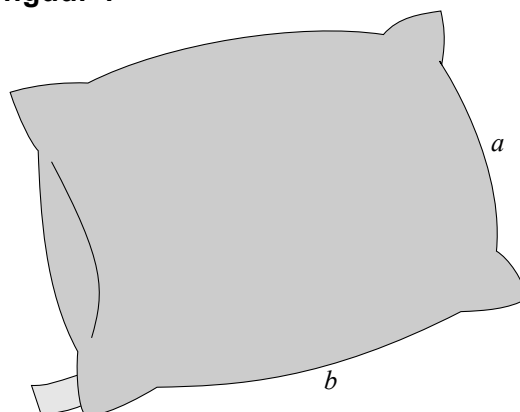
Van een platte rechthoekige zak of kussen noemen we de kortste zijde a (in dm) en de langste zijde b (in dm). Zie figuur 1.

Het volume V (in liter) van de opgeblazen zak of het kussen kan dan berekend worden met de formule:

$$V = a^3 \cdot (0,142 \cdot 0,1^r + 0,318 \cdot r - 0,142)$$

Hierin is r de verhouding tussen de zijden: $r = \frac{b}{a}$.

figuur 1



- 3p **14** Een bedkussen heeft afmetingen van 4 dm bij 6 dm. Bereken het volume van dit kussen.

Voor een vierkant kussen met zijden a kan bovenstaande formule vereenvoudigd worden tot $V = 0,1902 \cdot a^3$.

- 3p **15** Toon dit aan.

Een kussen met een kortste zijde van 3,5 dm heeft hetzelfde volume als een vierkant kussen van 5 bij 5 dm.

- 5p **16** Bereken de langste zijde van dat kussen.

Ook voor vuilniszakken bestaat er een formule om het volume te berekenen. Een volle vuilniszak wordt bovenaan dichtgeknoopt en krijgt daardoor ook een bijzondere vorm. Zie de foto hiernaast.

Het volume V (in liter) wordt berekend met:

$$V = a^3 \cdot \left(\frac{b-x}{3,142 \cdot a} - 0,159 \right)$$

Hierin zijn a en b de kortste en de langste zijde (in dm) van een platte, rechthoekige vuilniszak en is x de hoogte van de knoopstrook (in dm).

foto



- 4p **17** Een vuilniszak met een korte zijde van 6 dm en een knoopstrook van 0,5 dm heeft een volume van 52 liter. Bereken de lange zijde b van de vuilniszak.

Voor vuilniszakken met een korte zijde van 5 dm en een lange zijde van 7,5 dm is het volume lineair afhankelijk van de knoopstrook x .

De formule voor het volume van een vuilniszak is dus te schrijven in de vorm

$$V = p \cdot x + q.$$

4p **18** Herleid de formule tot deze vorm.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Datingshow

In een datingshow op televisie maken drie jongens (Richard, Sander en Tim) en drie meisjes (Kathy, Lisa en Maaïke) kennis met elkaar. Tijdens de show geven ze antwoord op allerlei vragen van de presentator. Op deze manier komen ze iets over elkaar te weten. Na beantwoording van de vragen kiest elke jongen één meisje en elk meisje één jongen, zonder te laten zien wie ze kiezen. Na afloop worden de keuzes bekendgemaakt en wanneer een jongen en een meisje elkaar hebben gekozen, hebben ze een kort, luxueus reisje gewonnen om elkaar (nog) beter te leren kennen.

In deze opgave gaan we ervan uit dat de jongens en de meisjes willekeurig kiezen, dus ieder heeft een even grote kans om gekozen te worden. Dan is de kans dat een jongen een bepaald meisje kiest dus $\frac{1}{3}$.

Maaïke is bang dat alle televisiekijkers zien dat ze door niemand wordt gekozen. Ze vraagt zich af hoe groot de kans is dat minstens één van de drie jongens haar kiest.

- 4p **19** Bereken deze kans.

De organisator van de datingshow moet de kosten van de show in de gaten houden. De luxueuze reisjes zijn erg duur. Toch is het mogelijk dat er in de show drie reisjes worden gewonnen, omdat er drie 'stelletjes' zijn die elkaar gekozen hebben. Dit kan op verschillende manieren gebeuren. Eén daarvan is: Richard en Kathy kiezen elkaar, Sander en Lisa kiezen elkaar en Tim en Maaïke kiezen elkaar.

- 3p **20** Schrijf alle mogelijke manieren op waarbij er precies drie stelletjes gevormd worden.

Het kost de organisatie elke keer 4000 euro wanneer er door een stelletje een reisje wordt gewonnen.

Je kunt berekenen hoe groot de kans is dat er in de show stelletjes worden gekozen. Deze kansen staan in tabel 1.

tabel 1

aantal stelletjes	0	1	2	3
kans	$\frac{156}{729}$	$\frac{423}{729}$	$\frac{144}{729}$	$\frac{6}{729}$

- 4p **21** Bereken de verwachtingswaarde van het bedrag dat de organisatie per show kwijt is aan reisjes.

Het is gunstig voor de kijkcijfers als er in elke show één of meer stelletjes worden gevormd. In tabel 1 zie je dat dit niet altijd het geval is.

- 4p **22** Bereken de kans dat in de eerste drie shows van het seizoen in totaal slechts één stelletje wordt gevormd.